気象学特論（ａｂ）（2011 年度秋学期）最終テスト

注意：計算問題においては計算過程も示すこと。

１．浅水波について、以下の問いに答えよ。

（１）水平方向（x 方向）の長さがじゅうぶんに長く、深さ H の水が入った水槽の中で浅水波を考える。基本場の流速はゼロとし、波動にともなう水平流を u' 、水面の高さの偏差を h' とする。ただし、$|h'| << H$ である。このとき、u' 、h' についての微分方程式を

$$\frac{\partial}{\partial t}u' + g\frac{\partial}{\partial x}h' = 0 \quad ①$$

$$\frac{\partial}{\partial t}h' + H\frac{\partial}{\partial x}u' = 0 \quad ②$$

と書くことができる。g は重力加速度である。これら２つの微分方程式から u' を消去して、h' のみについての微分方程式を導け。

（２）波型の解 $h' = \mathrm{Re}\, A\exp[ik(x - ct)]$ を仮定する。k は東西波数、c は位相速度、A はゼロではない定数である。（１）で得られた、h' についての微分方程式に

$$h' = A\exp[ik(x - ct)]$$

を代入することによって、c を求めよ（g と H で表せ)。ただし、k と c は正とする。

２．定常ロスビー波について、以下の問いに答えよ。

（１）基本場の風は東西成分（x 成分）のみで、空間的に一様、時間変化はしないと仮定する。このとき、ベータ平面における、非発散の渦度方程式は、

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Psi+\beta\frac{\partial}{\partial x}\Psi=0$$

と書くことができる。ただし、β はコリオリ係数の南北微分（y 微分）、U は基本場の東西風、Ψ は偏差場の流線関数である。β と U は正の定数である。この方程式において、波型の解を仮定して、

$$\Psi=\mathrm{Re}\,\hat{\Psi}\exp[i(kx+ly-\omega t)]$$

とおくことにより、分散関係式（ω を U 、β 、k 、l で表したもの）を導け。ただし、k は東西波数、l は南北波数、ω は角振動数である。

（２）（１）で導出した分散関係式において、角振動数と南北波数をゼロとおくことによって、定常ロスビー波の全波数 $K=\sqrt{k^2+l^2}$ を求めよ（β と U で表せ）。

（３）（２）の結果を用いて、基本場の西風 U の値が $U=6.4\times 10$ m/s のときの定常ロスビー波の波長を求め、有効数字 2 桁で答えよ。ただし、β の値は $\beta=1.6\times 10^{-11}$ /s m（北緯 45 度における値）、$\pi=3.14$ とする。

（４）（１）で導出した分散関係式を用いて、群速度の東西成分 $c_{g_x}=\dfrac{\partial\omega}{\partial k}$ を計算し、さらに、（２）の結果を用いることによって、c_{g_x} を U 、k 、l で表せ（β を消去せよ）。

３．イーディーによって導出された傾圧不安定波（南北波数がゼロで成長率が最大のもの）の東西－鉛直断面（x － z 断面）は、地衡流線関数の偏差 Ψ' を用いて、

$$\Psi' = A\exp(\sigma t)\left\{\cosh\left(\frac{z}{H_R}\right)\cos(kx) - 1.50\sinh\left(\frac{z}{H_R}\right)\sin(kx)\right\}$$

と書くことができる。ただし、σ は成長率、k は東西波数、H_R は高さのスケールであり、H_R と A は定数である。この地衡流線関数 Ψ' の概形を図示すると、次のようになる。

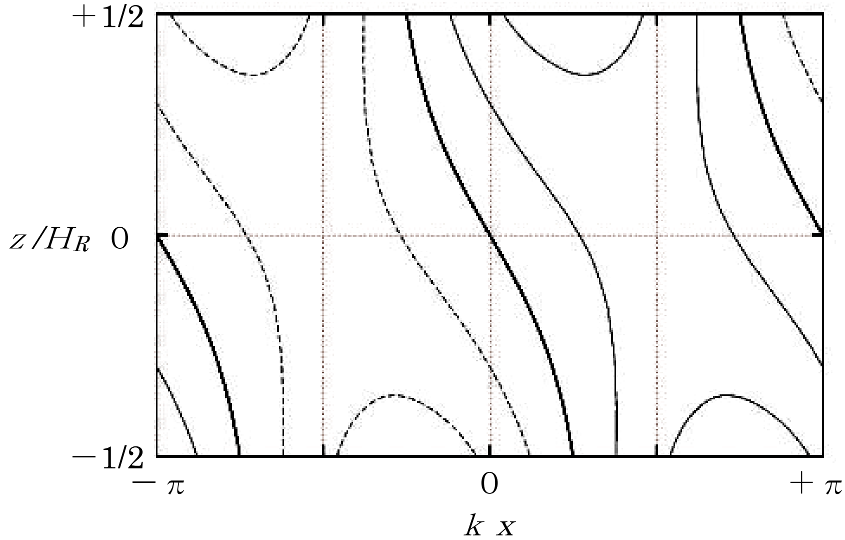

図１．傾圧不安定波における地衡流線関数 Ψ' の東西－鉛直断面。
ゼロの等値線は太線、負の値の等値線は点線。

（１）地衡流線関数 Ψ' から、南北風 v'（地衡風の南北成分）を計算せよ。なお、地衡流線関数と南北風との間の関係は、$v' = \dfrac{\partial}{\partial x}\Psi'$ である。

（２）（１）で求めた南北風 v' の概形（東西－鉛直断面）を図１にならって図示せよ。

（３）地衡流線関数Ψ'から、温度偏差T'を計算せよ。なお、地衡流線関数と温度偏差との間の関係は、$T' = T\dfrac{f}{g}\dfrac{\partial}{\partial z}\Psi'$である。$T$は基本場の温度であり、$x$、$z$、$t$に依存しない定数とみなしてよい。

（４）（１）と（３）の結果から、南北熱輸送$\overline{v'T'}$を計算せよ。ただし、$\overline{v'T'}$は$v'T'$を東西方向に平均したものである（鉛直方向には平均しない）。