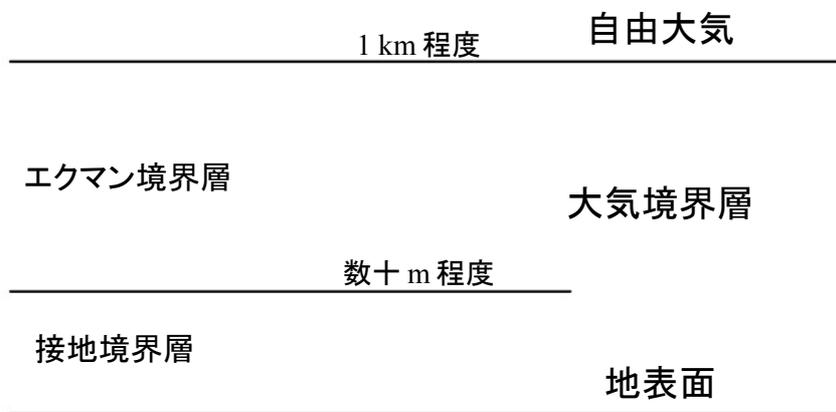


5 接地境界層

エクマン境界層では、地表面の影響によって摩擦が生じ、気圧傾度力とコリオリ力、摩擦力がつりあっていた。さらに地表面に近づくと、地表面摩擦の影響が非常に大きくなるので、摩擦の効果が他の2つの項に比べて支配的になる。また、摩擦の効果を一定の粘性係数で代表することができず、乱流に伴う渦粘性の効果が高度によって変化することを考慮する必要がある。ここでは、ブシネスク方程式系において、地表面に近い高度での乱流の特性を考慮に入れることによって、地表面付近での風の鉛直分布を理論的に考察する。

5.1 大気境界層の概観

高度 1km 程度より上空では地表面摩擦の効果がほとんど効かず地衡風平衡がよい近似で成り立っている。このような状態にある大気を**自由大気**(free atmosphere)とよぶ。一方、高度 1km 程度より低い高度では、地表面摩擦の影響によってエクマン境界層が形成される。エクマン境界層では粘性係数は一定とみなせ、気圧傾度力とコリオリ力、摩擦力がつりあっている。さらに地表面に近い高度では、地表面の影響が非常に大きく、乱流運動量フラックス、つまり、水平運動量の、乱流による鉛直輸送が一定となっている。このような性質を持つ層を**接地境界層**(surface boundary layer)という。接地境界層の厚さは状況によって変化するが、典型的には地上数十 m 程度である。接地境界層やエクマン境界層のように地表面摩擦の影響が及ぶ層を**境界層 (大気境界層)** (atmospheric boundary layer)とよぶ。境界層の構造は地表面の状態によって大きく変化するが、代表的な状態としては、接地境界層とエクマン境界層の2つに分けて考えられる。



大気境界層の模式図

5.2 基本方程式系

ブシネスク方程式系において、コリオリ力を無視すると、水平方向の運動方程式は、

$$\frac{\partial}{\partial t} u + u \frac{\partial}{\partial x} u + v \frac{\partial}{\partial y} u + w \frac{\partial}{\partial z} u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x} p' \quad [1]$$

と書ける。また、連続の式は、

$$\frac{\partial}{\partial x} u + \frac{\partial}{\partial y} v + \frac{\partial}{\partial z} w = 0 \quad [2]$$

である。

5. 3 基本場とじょう乱場との関係

風速場を、乱流を除いた平均的な状態である基本場と、乱流による変動であるじょう乱場に分けて考える。基本場の風は水平方向に一様で、 $+x$ の方向に吹いているとする。風速の x 成分 u の基本場における値 \bar{u} は水平方向に一様であり、 v 、 w の基本場における値は $\bar{v}=\bar{w}=0$ である。このとき、

$$\begin{aligned} u &= \bar{u}(z) + u' \\ v &= v' \\ w &= w' \end{aligned} \quad [3]$$

と書ける。[1]に[3]を代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{u}+u') + (\bar{u}+u')\frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}+u') + v'\frac{\partial}{\partial y}(\bar{u}+u') + w'\frac{\partial}{\partial z}(\bar{u}+u') = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}p' \quad [4]$$

\bar{u} の x 微分、 y 微分はゼロだから、

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{u} + \frac{\partial}{\partial t}u' + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}u' + u'\frac{\partial}{\partial x}u' + v'\frac{\partial}{\partial y}u' + w'\frac{\partial}{\partial z}\bar{u} + w'\frac{\partial}{\partial z}u' = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}p' \quad [5]$$

一方、[2]に[3]を代入すると、

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{u}+u') + \frac{\partial}{\partial y}v' + \frac{\partial}{\partial z}w' = 0 \quad [6]$$

だから、

$$\frac{\partial}{\partial x}u' + \frac{\partial}{\partial y}v' + \frac{\partial}{\partial z}w' = 0 \quad [7]$$

ここで、[5]を水平方向 (x 方向と y 方向) に平均する。すでに平均されている項は定数とみなすことができ、あらためて平均する必要がないので、

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{u} + \frac{\partial}{\partial t}\overline{u'} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\overline{u'} + \overline{u'u'} + v'\frac{\partial}{\partial y}\overline{u'} + \overline{v'u'} + w'\frac{\partial}{\partial z}\bar{u} + w'\frac{\partial}{\partial z}\overline{u'} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial x}p' \quad [8]$$

となる。さらに、

$$\frac{\partial}{\partial t}\overline{u'} = \frac{\partial}{\partial t}\bar{u}' = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x}\overline{u'} = \frac{\partial}{\partial x}\bar{u}' = 0, \quad \frac{\partial}{\partial x}p' = \frac{\partial}{\partial x}\bar{p}' = 0$$

だから、

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{u} + \overline{\frac{\partial}{\partial x}u' + v'\frac{\partial}{\partial y}u' + w'\frac{\partial}{\partial z}u'} = 0 \quad [9]$$

が得られる。ここで、積の微分の公式 $fg' = (fg)' - f'g$ を用いると、

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{u} + \frac{\partial}{\partial x}\overline{(u'^2)} - \overline{u'\frac{\partial}{\partial x}u'} + \frac{\partial}{\partial y}\overline{(u'v')} - \overline{u'\frac{\partial}{\partial y}v'} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{(u'w')} - \overline{u'\frac{\partial}{\partial z}w'} = 0 \quad [10]$$

と変形できる。 u'^2 、 $u'v'$ 、 $u'w'$ はいずれも有界なので、水平方向の微分を十分に広い範囲で水平方向に平均するとゼロに収束する。したがって、

$$\frac{\partial}{\partial t}\bar{u} - \overline{u'\frac{\partial}{\partial x}u'} - \overline{u'\frac{\partial}{\partial y}v'} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{(u'w')} - \overline{u'\frac{\partial}{\partial z}w'} = 0 \quad [11]$$

となつて、

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{u} - \overline{u' \left(\frac{\partial}{\partial x} u' + \frac{\partial}{\partial y} v' + \frac{\partial}{\partial z} w' \right)} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{(u' w')} = 0 \quad [12]$$

と書ける。ここで、連続の式[7]を用いると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{u} + \frac{\partial}{\partial z} \overline{(u' w')} = 0$$

となつて、

$$\frac{\partial}{\partial t} \bar{u} = - \frac{\partial}{\partial z} \overline{u' w'} \quad [13]$$

が得られる。 $\overline{u' w'}$ は**乱流運動量フラックス**(turbulent momentum flux)であつて、[13]は基本場の水平風速が乱流運動量フラックスの収束によって時間変化することを表している。通常は、乱流運動量フラックスは風が持っている運動量を地表面に向けて下向きに運ぶので、 $\overline{u' w'}$ の値は負である。

定常状態においては、基本場の水平風速 \bar{u} は時間変化しないので、

$$- \frac{\partial}{\partial z} \overline{u' w'} = 0 \quad [14]$$

が成り立つ。つまり、 $\overline{u' w'}$ の値は鉛直方向に変化しない。このように $\overline{u' w'}$ の値が一定である層を接地境界層と定義する。ここで、**摩擦速度**(friction velocity) u_* を

$$u_*^2 = - \overline{u' w'} \quad [15]$$

と定義すれば、接地境界層内では u_* は鉛直方向に一定である。摩擦速度は乱流による運動量の鉛直輸送を表す量であり、乱流の強さに関連する。

5. 4 風速の対数分布則

大気の密度成層に伴う浮力の効果を見捨てた場合、乱流は、異なる運動量を持つ空気の混合という機械的な作用によって生じると考えられる。基本場の風が水平方向に一様な水平風である場合、機械的な作用は水平運動量の鉛直移流によって生じる。水平運動量の鉛直移流が、基本場の水平風速の鉛直勾配と、鉛直方向に混合が進む距離との積であると考えれば、

$$u_* = l \frac{d\bar{u}}{dz} \quad [16]$$

と書ける。ここで、 l は混合距離であり、鉛直方向に混合が進む距離を表している。浮力の効果が効かない場合、乱流の鉛直方向の構造を決定する特定のスケールが存在しないので、乱流の構造は、地面を基準に見て相似である。したがって、混合距離 l は高度 z に比例すると考えられる。つまり、

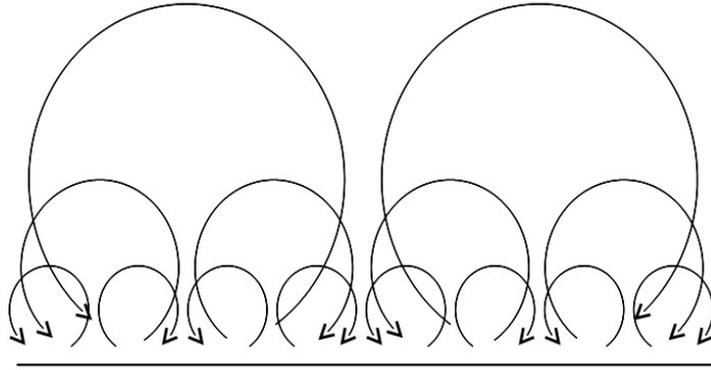
$$l = kz \quad [17]$$

が成り立つ。 k は乱流の特性に関する普遍的な定数であつて、**カルマン定数**(Karman constant)とよばれる。実験事実から、 $k=0.4$ であることが知られている。[16]に[17]を代入すると、

$$u_* = kz \frac{d\bar{u}}{dz} \quad [18]$$

が得られる。[18]は乱流の相似則を表している。この相似則は、浮力の効果が効かない場

合、つまり、中立成層の場合にだけ成り立つ。



乱流の相似則の模式図

中立成層を仮定し、 u_* を定数として[18]を解くと、

$$\frac{d\bar{u}}{dz} = \frac{u_*}{k} \frac{1}{z} \quad [19]$$

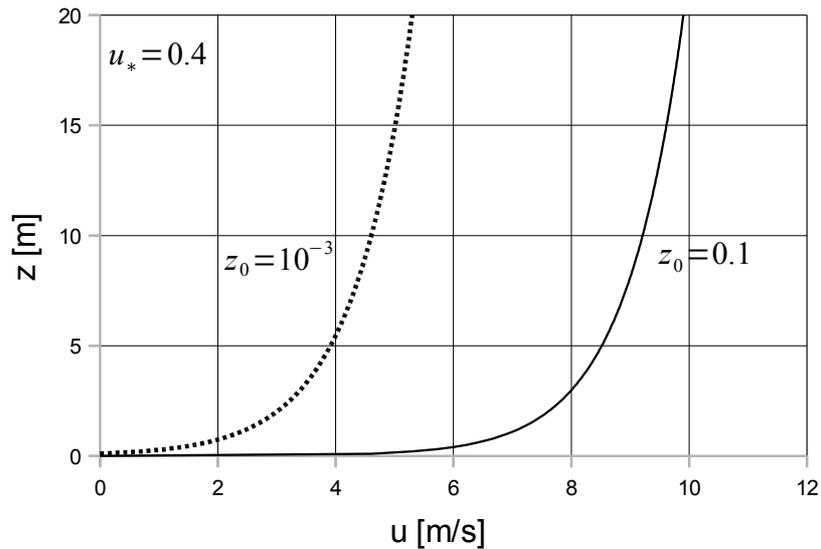
となつて、

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \ln z + C \quad (C \text{ は積分定数}) \quad [20]$$

が得られる。境界条件として、 $z=z_0$ で $\bar{u}=0$ とすると、

$$\bar{u} = \frac{u_*}{k} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right) \quad [21]$$

となる。 z_0 は**粗度**(roughness)とよばれ、地表面の凹凸に関連した量である。一般に、凹凸のある地表面においては z_0 の値は大きくなるが、 z_0 が凹凸の幾何学的な大きさそのものを表しているわけではないことに注意が必要である。 z_0 の値は、海上では $z_0 \approx 10^{-5} \sim 10^{-3}$ m、草地では $z_0 \approx 0.1$ m、森林や市街地では $z_0 \approx 1$ m 程度であることが



風速の対数分布則の例

問 5.1 中立成層の環境で、地上 10m の風速が 5m/s である。風速の対数分布則を用いて、乱流運動量フラックス $\overline{u'w'}$ の大きさ（絶対値）を求めよ（有効数字 2 桁）。カルマン定数は $k=0.4$ とする。地表面の粗度が 10^{-3} m の場合と 0.1 m の場合について計算せよ。

課題 5.1 一般に、乱流による運動量輸送つまり渦粘性による平均場の風速の時間変化は、

$$\left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right|_{\text{turb}} = -\frac{\partial}{\partial z} \overline{u'w'} \quad \text{①}$$

と書くことができた。①は、鉛直方向に変化する粘性係数 ν を用いて、

$$\left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right|_{\text{turb}} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \quad \text{②}$$

と変形することができる。①と②を比較し、②の右辺のカッコの中が $-\overline{u'w'}$ と等しいとする。中立成層の環境において、風速の鉛直分布が対数分布則に従っているとしたとき、粘性係数 ν を k 、 z 、 u_* で表せ。

問 5.2 課題 5.1 で求めた粘性係数 ν の値（高度 1m における値と 10m における値）を、問 5.1 の条件のもとで計算せよ（有効数字 2 桁）。ただし、地表面の粗度が 0.1 m の場合についてのみ計算すればよい。