地球物理学（2023 年度春学期）（流体地球物理学分野）
最終テスト　解答用紙（１）

学生番号：______________　**氏名**：____________________

１．（１）

固定された観測点で、10 分あたり 1.5 K の割合で気温が低下しているから、

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1.5}{10\times 60} = \underline{-2.5\times 10^{-3}\ [\mathrm{K/s}]}$$

（１０）

（２）

東西温度勾配はゼロなので、南北風と南北温度勾配のみを考えればよい。風の北向き成分は－10× sin 45° ＝－7 m/s、北に向かって気温が 10 km につき 10.0－5.0＝5.0 K 低くなっているから、

$$\vec{u}\bullet\nabla T = v\frac{\partial}{\partial y}T = -7\times\left(-\frac{5.0}{10\times 10^{3}}\right) = \underline{3.5\times 10^{-3}\ [\mathrm{K/s}]}$$

（１０）

（３）

（１）、（２）の結果より、

$$\frac{D}{Dt}T = \frac{\partial}{\partial t}T + \vec{u}\bullet\nabla T = -2.5\times 10^{-3} + 3.5\times 10^{-3} = \underline{1.0\times 10^{-3}\ [\mathrm{K/s}]}$$

（１０）

２．（１）

①の両辺を y で偏微分して、

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)=f\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) \qquad ①'$$

②の両辺を x で偏微分して、

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)=-f\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) \qquad ②'$$

②’－①’を計算すると、

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)=-f\frac{\partial u}{\partial x}-f\frac{\partial v}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-f\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)$$

したがって、

$$\underline{\frac{\partial \xi}{\partial t}=-f\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)}$$

（１０）

（２）

③の両辺を y で偏微分して、

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)=f\frac{\partial v}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)-r\frac{\partial u}{\partial y} \qquad ③'$$

④の両辺を x で偏微分して、

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)=-f\frac{\partial u}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)-r\frac{\partial v}{\partial x} \qquad ④'$$

④’－③’を計算すると、

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)=-f\frac{\partial u}{\partial x}-f\frac{\partial v}{\partial y}-r\frac{\partial v}{\partial x}+r\frac{\partial u}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-f\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)-r\left(\frac{\partial v}{\partial x}-\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

したがって、

$$\underline{\frac{\partial \xi}{\partial t}=-f\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)-r\xi}$$

（１０）

地球物理学（2023 年度春学期）（流体地球物理学分野）
最終テスト　解答用紙（２）

学生番号：＿＿＿＿＿＿＿　**氏名**：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

３．（１）

①、②より、

$$\frac{\partial \omega}{\partial p} = -\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = D\cos\left(\pi \frac{p_2 - p}{p_2 - p_1}\right)$$

だから、

$$\omega = \int \frac{\partial \omega}{\partial p} dp = D\int \cos\left(\pi \frac{p_2 - p}{p_2 - p_1}\right) dp$$

$$= -\frac{D(p_2 - p_1)}{\pi}\sin\left(\pi \frac{p_2 - p}{p_2 - p_1}\right) + C \qquad (C\text{は積分定数})$$

$p = p_1, p_2$ で $\omega = 0$ だから、$C = 0$ となって、

$$\underline{\omega = -\frac{D(p_2 - p_1)}{\pi}\sin\left(\pi \frac{p_2 - p}{p_2 - p_1}\right)}$$

（１０）

（２）

$p_1 = 200$ hPa、 $p_2 = 900$ hPa、 $p = 550$ hPa のとき、

$$\sin\left(\pi \frac{p - p_1}{p_2 - p_1}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$

だから、

$$\omega = -\frac{D(p_2 - p_1)}{\pi} = -\frac{1.57\times 10^{-4} \times (900 - 200) \times 100}{3.14} = \underline{-3.5\,[\mathrm{Pa/s}]}$$

（１０）

４．（１）

①の両辺を p で偏微分すると、

$$0 = -f\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)$$

$$f\frac{\partial u}{\partial p} + \frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = 0 \qquad ①’$$

一方、③の両辺を y で偏微分すると、

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial p}\right) = -\frac{R}{p}\frac{\partial T}{\partial y}$$

偏微分の順序を入れ替えて、

$$\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) = -\frac{R}{p}\frac{\partial T}{\partial y} \qquad ③’$$

①’、③’より、

$$f\frac{\partial u}{\partial p} - \frac{R}{p}\frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$\underline{\frac{\partial u}{\partial p} = \frac{R}{fp}\frac{\partial T}{\partial y}}$$

（１０）

（２）

合成関数の微分の公式より、

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial u}{\partial p}\frac{\partial p}{\partial z}$$

（１）の結果と④を代入すると、

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \left(\frac{R}{fp}\frac{\partial T}{\partial y}\right)\left(-\frac{g}{\alpha}\right) = -\frac{Rg}{fp\alpha}\frac{\partial T}{\partial y}$$

②より、 $p\alpha = RT$ だから、

$$\underline{\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{g}{fT}\frac{\partial T}{\partial y}}$$

（１０）

（３）

（２）の結果より、

$$\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1.0\times 10}{1.0\times 10^{-4}\times 2.4\times 10^{2}}\times\left(-1.2\times 10^{-5}\right) = \underline{5.0\times 10^{-3}\ [/\mathrm{s}]}$$

（１０）