

理科研究 (52、54) (2015 年度春学期) (物理分野)
最終テスト

1. ひもの長さが L の振り子を考える。空気抵抗や摩擦などを無視すると、振り子の変位 x の時間変化は、

$$\frac{d^2}{dt^2} x = -g \sin \frac{x}{L}$$

と表せる。ただし、 g は重力加速度である。振幅があまり大きくない場合には、

$$\sin \theta \cong \theta$$

と近似できるので、

$$\frac{d^2}{dt^2} x = -\frac{g}{L} x \tag{①}$$

と書ける。このとき、以下の問いに答えよ。特に指示がない限り、計算過程も示すこと。

(1) ①に $x = \sin \omega t$ を代入すると、

$$\boxed{} \sin \omega t = -\frac{g}{L} \sin \omega t \tag{②}$$

となる。空欄に入る式を答えよ。一般に、 $f(t) = \sin \omega t$ のとき、その二階微分 (第2次導関数) は $f''(t) = -\omega^2 \sin \omega t$ である。答えのみを記せばよい。

(2) この振り子の角振動数 ω を求め、 g と L を用いて表せ。ただし、 $\omega > 0$ とする。

(3) この振り子の周期 T を求め、 g と L を用いて表せ。ただし、一般に、関数 $\sin \omega t$ の周期は $T = \frac{2\pi}{\omega}$ である。

(4) $L = 1.0$ [m] のとき、周期 T を求め、有効数字 2 けたで答えよ。ただ

し、一般には $\pi \cong 3.14$ 、地球上では $g \cong 9.8$ [m/s²]であるが、本問では $\sqrt{g} = \pi$ としてよい。

(5) ひもの長さ L を $\frac{1}{4}$ 倍にしたら、周期 T は何倍になるか。

2. 放物運動についての数値シミュレーションを行なう。 x 軸を水平方向、 z 軸を鉛直上向きにとり、 $x-z$ 平面内での放物運動を考える。空気抵抗を無視すると、時刻 t における物体の位置 (x, z) は、

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0 \quad \text{①}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = -g \quad \text{②}$$

に従う。ただし、 g は重力加速度である。①、②で記述される放物運動を予測するためには、オイラー法を用いて、

$$x^+ = x + u\Delta t \quad \text{③}$$

$$z^+ = z + w\Delta t \quad \text{④}$$

$$u^+ = u \quad \text{⑤}$$

$$w^+ = w - g\Delta t \quad \text{⑥}$$

とすればよい。ただし、 (u, w) は物体の速度ベクトルである。また、 Δt は時間間隔、 f^+ は Δt だけ後の f の値である。初期条件は、 $t = 0$ で、 $x = 0$ 、 $z = 0$ 、 $u = V \cos \theta$ 、 $w = V \sin \theta$ (V は正の定数、 $0^\circ < \theta < 90^\circ$) とする。以上の処理を行なうために、プログラミング言語 C で次のページのようなプログラムを作成した。このプログラムは、 V と θ の値を入力すると、各時刻における x と z の値を計算して出力する。これについて、以下の問いに答えよ。

(1) 初期条件に関して、、 に入る変数を答えよ。

(2) 時間発展に関して、 ~ に入る変数、数値または式を答えよ。

```

#include <stdio.h>
#include <math.h>
int main (void)
{

    int i;
    float g, V, angle, theta, x, z, u, w,
          dxdt, dzdt, dudt, dwdt;          /* 変数を宣言する */
    FILE *fp;

    g = 9.8;                               /* 定数を代入する */

    printf (" Velocity [m/s], angle [deg.]? \n" );
    scanf ("%f,%f", &V, &angle);         /* 条件を入力する */
    theta = 3.14159 / 180.0 * angle;

    x = 0.0;                               /* 初期値を計算する */
    z = 0.0;
    u =  * cos ();
    w =  * sin ();

    fp = fopen (" output.txt", " w" );     /* ファイルを開く */
    fprintf (fp, " %9.3f %9.3f \n", x, z); /* 結果をファイルに出力する */

    for (i=1; i<=1000; i++)                /* 同じ処理を 1000 回繰り返す */
    {

        dxdt = u ;                          /* 時間微分を計算する */
        dzdt = ;
        dudt = ;
        dwdt = ;

        x = x + 0.01 * dxdt;                /* 次の時刻の値を計算する */

```

```
z = z + 0.01 * dzdt;  
u = u + 0.01 * dudt;  
w = w + 0.01 * dwdt;
```

```
fprintf (fp, " %9.3f %9.3f\n", x, z);
```

```
/* 結果をファイルに出力する */
```

```
}
```

```
fclose (fp);
```

```
/* ファイルを閉じる */
```

```
return 0;
```

```
}
```