

## 2 相当温位の解析

**相当温位** (equivalent potential temperature) とは、空気塊の **温位** (potential temperature) に、潜熱として持っている熱エネルギーを加味した指標である。高温多湿な空気ほど高い値を示し、梅雨前線や、それに伴って集中豪雨をもたらす **湿舌** (moist tongue) を解析するために用いられる。ここでは、客観解析データを用いて、相当温位の近似値として、**湿潤静的エネルギー** (moist static energy) を計算する。

はじめに、温位の計算について考える。空気塊の圧力  $p$  を、比容を  $\alpha$ 、温度  $T$  とすると、断熱という条件のもとでは、熱力学の第 1 法則より、

$$d'Q = C_v dT + p d\alpha = 0 \quad (1)$$

だから、

$$C_p dT - R dT + p d\alpha = 0 \quad (2)$$

である。ただし、 $R$ 、 $C_v$ 、 $C_p$  はそれぞれ、乾燥空気の気体定数、定積比熱、定圧比熱である。理想気体の状態方程式

$$p\alpha = RT \quad (3)$$

を用いると、(2)は、

$$C_p dT - d(p\alpha) + p d\alpha = C_p dT - \alpha dp = C_p T \left( \frac{dT}{T} - \frac{R}{C_p} \frac{dp}{p} \right) = 0 \quad (4)$$

となる。ここで、温位  $\theta$  を

$$\theta = T \left( \frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{R}{C_p}} \quad (5)$$

と定義すると、温位の微小変化は、

$$d\theta = \left( \frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{R}{C_p}} dT - T \frac{R}{C_p} \frac{1}{p} \left( \frac{p}{p_0} \right)^{-\frac{R}{C_p}} dp = \theta \left( \frac{dT}{T} - \frac{R}{C_p} \frac{dp}{p} \right) \quad (6)$$

だから、(4)より、

$$d\theta = 0 \quad (7)$$

となって、温位が保存することが確かめられる。なお、通常は  $p_0 = 1000$  hPa とする。

ここで、**乾燥静的エネルギー** (dry static energy)  $h_d$  を、エンタルピーと位置エネルギーの和として、

$$h_d = C_p T + gz \quad (8)$$

と定義する。 $z$  は高度、 $g$  は重力加速度である。乾燥静的エネルギーの微小変化は、

$$dh_d = C_p dT + gdz \quad (9)$$

である。静水圧平衡の関係

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (10)$$

と理想気体の状態方程式(3)を用いると、(9)は、

$$dh_d = C_p dT - \alpha dp = C_v dT + p d\alpha \quad (11)$$

となって、(1)より、乾燥静的エネルギー $h_d$ が保存することがわかる。静水圧平衡のもとでは、温位の保存は乾燥静的エネルギーの保存に置き換えることができる。

次に、水蒸気の凝結熱を考慮する。このとき、熱力学の第1法則は、

$$d'Q = C_v dT + p d\alpha = -L dr \quad (12)$$

と書けるので、

$$C_v dT + p d\alpha + L dr = 0 \quad (13)$$

である。ただし、 $r$ は混合比、 $L$ は水の潜熱である。理想気体の状態方程式(3)を用いると、(4)と同様の計算をすることによって、(13)は、

$$C_p T \left( \frac{dT}{T} - \frac{R}{C_p} \frac{dp}{p} \right) + L dr = 0 \quad (14)$$

となるので、

$$\frac{dT}{T} - \frac{R}{C_p} \frac{dp}{p} + \frac{L}{C_p T} dr = 0 \quad (15)$$

が成り立つ。(15)の左辺第3項が効果的に作用するのは、空気塊を冷却し水蒸気の凝結が始まった直後である。そこで、水蒸気の凝結が始まる温度を $T_d$ として、(15)を

$$\frac{dT}{T} - \frac{R}{C_p} \frac{dp}{p} + \frac{L}{C_p T_d} dr = 0 \quad (16)$$

と近似することができる。なお、 $T_d$ は空気塊の圧力を下げて断熱冷却した場合に凝結が始まる温度であるが、露点温度の定義は圧力を一定に保って冷却した場合に凝結が始まる温度であり、 $T_d$ と露点温度は厳密には異なる。ここで、相当温位 $\theta_e$ を

$$\theta_e = \theta \exp\left(\frac{Lr}{C_p T_d}\right) = T \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{R}{C_p}} \exp\left(\frac{Lr}{C_p T_d}\right) \quad (17)$$

と定義すると、相当温位の微小変化は、

$$d\theta_e = \theta_e \left( \frac{dT}{T} - \frac{R}{C_p} \frac{dp}{p} + \frac{L}{C_p T_d} dr \right) \quad (18)$$

だから、(15)より、

$$d\theta_e = 0 \quad (19)$$

となって、相当温位が保存することがわかる。

ここで、温位に対応して乾燥静的エネルギーを定義したのと同様に、相当温位に対応する物理量として湿潤静的エネルギー $h_m$ を、乾燥静的エネルギー $h_d$ と空気塊に含まれる凝結熱との和として、

$$h_m = h_d + Lr = C_p T + gz + Lr \quad (20)$$

と定義する。湿潤静的エネルギーの微小変化は、

$$dh_m = dh_d + Ldr = C_p dT + pd\alpha + Ldr \quad (21)$$

となつて、湿潤静的エネルギー $h_m$ が保存することがわかる。静水圧平衡のもとでは、相当温位の保存は湿潤静的エネルギーの保存に置き換えることができる。

相当温位とは異なり、湿潤静的エネルギーの計算においては、水蒸気が凝結する温度 $T_d$ を仮定する必要がない。湿潤静的エネルギーの値を定圧比熱 $C_p$ で割って温度の次元に変換すると、近似的な相当温位とみなすことができる。なお、この方法で求めた「相当温位」は、あくまで近似値であり、正式な学術発表や予報業務などでは断りなく「相当温位」とみなすことはできないので注意する。

また、相当温位 $\theta_e$  [K]をより簡便に求める近似式として、

$$\theta_e \cong \theta + 2.8 \times 10^3 r$$

を用いることがある。ただし、 $\theta$ は温位[K]、 $r$ は混合比[kg/kg]である。これはあくまで概算である。

一般に、前線とは、気団と気団の境目であり、多くの場合、温度勾配として認識できる。しかし、梅雨前線においては、温度勾配が明瞭ではなく、相当温位の勾配としてののみ明瞭に認識できることが多い。

上方に行くほど温位が低い状態は絶対不安定とよばれ、対流が起こって不安定を解消しようとする。このため、大規模な空間スケールにおいては、このような温度成層は通常はみられない。しかし、上方に行くほど相当温位が低い状態はしばしばみられる。相当温位は、空気に含まれている水蒸気がすべて凝結した場合の仮想的な温位に対応するので、たとえ下層の相当温位が上層より大きくても、水蒸気の凝結が起こっていなければ静力学的に不安定であるとは限らないからである。

**課題 2** : Z850\_201007.dat、T850\_201007.dat、q850\_201007.dat、Z500\_201007.dat、T500\_201007.dat、q500\_201007.dat はそれぞれ、2010年7月の各時刻における850hPa面高度、850hPa面気温、850hPa面比湿、500hPa面高度、500hPa面気温、500hPa面比湿の客観解析データである。データファイルの書式は、対応するコントロールファイルに記述されている。これらのデータを用いて以下の問いに答えよ。

①2010年7月12日0時(UTC)における850hPa面気温[°C]と混合比[g/kg]の分布を示せ。混合比は比湿のデータから算出せよ。混合比とは水蒸気の密度を乾燥空気の密度で割ったもの、比湿とは水蒸気の密度を空気全体の密度で割ったものであることに注意せよ。比湿データの単位はg/kgである。混合比もg/kgを単位として表示せよ。

②2010年7月12日0時(UTC)における850hPa面における湿潤静的エネルギーを計算せよ。湿潤静的エネルギーは、温度[°C]、高度[m]、比湿[g/kg]のデータを読みこんで比湿を混合比に換算したうえで算出し、定圧比熱 $C_p$ で割って温度[K]の次元に変換して表示せよ。定圧比熱は $C_p = 1.006 \times 10^3 \text{ J/kg K}$ 、重力加速度は $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ 、水の潜熱は $L = 2.5 \times 10^6 \text{ J/kg}$  (0°Cでの値)とする。

③500hPa面における湿潤静的エネルギーを②と同様に計算し、500hPa面における湿潤静的エネルギーと850hPa面における湿潤静的エネルギーとの差(500hPa面-850hPa面)を計算せよ。

湿潤静的エネルギーの計算に用いたプログラム(prog02.f[c])と、850hPa面気温(T850.ps)、混合比(r850.ps)、湿潤静的エネルギー(hm850.ps)、500hPa面と850hPa面の湿潤静的エネルギーの差(hmdif.ps)を作図した図を提出せよ。なお、作図する領域は北緯15~50度、東経100~160度とする。

注意：一般に、風速場や温度場に比べて水蒸気の分布のデータの精度は低いので、客観解析データの利用にあたっては注意する。また、分解能に限界があるため、集中豪雨のような細かい空間スケールの現象についてはじゅうぶんには表現できない場合がある。

※この演習ではNCEP/NCAR(米国環境予測センター/米国大気研究センター)による客観解析データを用いている。